第六次作业——弹道

摘要

本次作业使用欧拉法解常微分方程组（炮弹的运动方程），计算二维平面的炮弹轨迹，并考虑空气阻力以及空气密度随高度的变化。

背景介绍

当物体仅受重力作用时，其运动方程为

d^2x(t)/dt^2=0

d^2y(t)/dt^2=-g (1)

上面的g为引力场数，x,y分别表示横、纵坐标。这个二阶微分方程组可以化为由4个一阶常微分方程组成的方程组。

dx(t)/dt=v\_x(t)

dv\_x(t)/dt=0

dy(t)/dt=v\_y(t)

dv\_y(t)/dt=-g (2)

v\_x和v\_y分别是x，y方向的速度。当我们考虑其他外力时，上式可以写为

dx(t)/dt=v\_x(t)

dv\_x(t)/dt=-F\_x

dy(t)/dt=v\_y(t)

dv\_y(t)/dt=-g-F\_y (3)

现在，我们将空气阻力F\_drag纳入考虑范围。可以近似地认为，这个力与物体运动速度的平方成正比，

F\_drag = -Bv^2 (4)

这里的B是阻力系数，v是炮弹的速率。除此以外，空气密度与炮弹所在的高度有关

rho=rho\_0 exp(-y/y\_0) (5)

其中rho\_0为海平面的空气密度，特征高度y\_0=(k\_BT)/(mg)，k\_B是玻尔兹曼常数。

正文

当我们考虑空气阻力以及空气密度随高度的变化时，应将4，5两式带入3式，就可以得到炮弹的运动方程：

dx(t)/dt=v\_x(t)

dv\_x(t)/dt=-Bv(t)v\_x(t) exp(-y(t)/y\_0)

dy(t)/dt=v\_y(t)

dv\_y(t)/dt=-g-Bv(t)v\_y(t) exp(-y(t)/y\_0)

若要使用欧拉法解上面的方程，我们还要写出迭代式

x(t+dt)=x(t)+ v\_x(t)dt

v\_x(t+dt)= v\_x(t)-(B/m)v(t)v\_x(t) exp(-y(t)/y\_0)dt

y(t+dt)=y(t)+ v\_y(t)dt

v\_y(t+dt)= v\_y(t)-gdt-(B/m)v(t)v\_y(t) exp(-y(t)/y\_0)dt

得到的数值结果如下图所示，蓝线表示发射角为35度时的弹道，红线对应45度的发射角。绿线是以45.9度发射的炮弹，此时炮弹的落地点距离原点最远。

结论

当初速度为700米每秒，单位质量的空气阻力系数B/m=4\*10^(-5) [m]^(-1)时，发射角为45.9度的炮弹射程最远。